

Les probabilités à la roulette

Le jeu de la roulette a été introduit à Paris

vers 1760 par Sartines, lieutenant de Police, pour moraliser les jeux de hasard. La roulette proprement dite où sort le numéro gagnant est composé de deux parties : une partie fixe (la carcasse) et une partie mobile (le cylindre) qui s'encastre dans la carcasse. La carcasse comporte un axe central vertical et dans sa partie supérieure une piste tronconique agrémentée d'obstacles métalliques incrustés. Le cylindre est un disque comportant 37 cases à sa périphérie qui tourne sur l'axe de la carcasse et dont la circonférence affleure au bas de la piste tronconique de la carcasse. Dans les casinos on contrôle régulièrement à l'aide de niveaux l'horizontalité de l'ensemble.

Un coup de roulette consiste à faire tourner le cylindre dans un sens et à lancer une bille (en principe en ivoire) en sens inverse sur la partie tronconique de la carcasse. La symétrie, l'équilibrage du système, les mouvements inverses de la bille et du cylindre, les obstacles font que la roulette est une bonne machine « à fabriquer du hasard », en ce sens qu'il est pratiquement impossible de prévoir le mouvement de la bille et qu'aucune case du cylindre n'est favorisée. Les cases des cylindres sont numérotées de 0 à 36.

Ces numéros ont, à l'exception du zéro, trois caractéristiques :

- 1) Un numéro est MANQUE s'il est inférieur à 19 et PASSE dans le cas contraire.
- 2) Un numéro est PAIR ou IMPAIR (attention à la roulette le zéro n'est ni pair ni impair).
- 3) Un numéro est ROUGE ou NOIR de façon purement conventionnelle.

Un moyen simple de retrouver la couleur d'un numéro est d'utiliser la règle suivante : si la somme des chiffres du numéro est impaire modulo 9 (le reste après division par 9) il est ROUGE à deux exceptions près, le 10 et le 28 qui sont NOIR. Si cette somme est paire les numéros sont NOIRS sans exception.

Analyse du jeu

Maintenant si l'on examine la répartition des numéros sur la roulette, on s'aperçoit immédiatement qu'ils ont été disposés de façon à satisfaire plusieurs critères. Premièrement deux numéros consécutifs ne sont jamais voisins. Deuxièmement un NOIR est toujours entre deux ROUGE. Troisièmement deux numéros MANQUE ne sont jamais voisins (sauf le 5 et le 10), de même que pour les numéros PASSE, cela sans exception. Enfin, les numéros PAIR et IMPAIR alternent mais seulement 21 fois sur 35.

Il y a mieux : si l'on considère le zéro comme le Nord, le cylindre peut être divisé en deux groupes de 18 numéros en Est et Ouest, dont la somme est égale à 333, ce qui n'est pas dû au hasard et traduit bien le souci d' « équilibrage » des créateurs de la roulette. Cette disposition a-t-elle une importance ? Non dans la mesure où mécaniquement, la roulette est bien conçue et même une répartition en moitié ROUGE et moitié NOIRE ne changerait rien au caractère aléatoire de la roulette idéale. Toutefois si quelques défauts minimes d'équilibrage ou de rugosité favorisaient une portion du cylindre, cette disposition en atténue les effets.

Passons à la table de mise. Ce tableau d'apparence complexe permet une grande diversité de jeux, ce qui explique la faveur de la roulette comparé à la boule (roulette à neuf numéros).

	Types de mise	Nombre de numéros	Gains
Chances simples	Noir	18	1
	Rouge	18	1
	Impair	18	1
	Pair	18	1
	Passe	18	1
	Manque	18	1
Chances multiples	Le plein	1	35
	Le cheval	2	17
	La transversale	3	11
	Le carré	4	8
	Le sixain	6	5
	La douzaine ou la colonne	12	2
	24 numéros	24	1/2



Commentaires : Interpréter l'espérance comme un outil permettant d'évaluer la rentabilité du jeu de la roulette.

Dans la règle du jeu de la roulette, lorsqu'un pari est gagné, le joueur récupère sa mise et obtient en plus le gain correspondant au pari. Si un pari est perdu, le joueur perd la mise.

La roulette est un jeu de hasard pour lequel chaque joueur peut miser au choix sur un numéro ou une famille de numéros.

Le tirage au sort s'effectue avec une bille jetée dans une roue qui tourne. La bille s'arrête dans une encoche face à un numéro.



Le tableau ci-dessous résume les gains obtenus en fonction du pari effectué.

Type de pari	Un seul numéro	Les numéros de 1 à 12	Les numéros de 13 à 24	Les numéros de 25 à 36	Les numéros rouges	Les numéros noirs
Gain	35 fois sa mise	2 fois sa mise	2 fois sa mise	2 fois sa mise	1 fois sa mise	1 fois sa mise

1) On note X la variable aléatoire donnant le gain pour une mise de 1 € dans le cas où un joueur parie sur le numéro 13.

a) Ecrire la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance de X .

c) Dans le jargon du casino, l'espérance de X s'appelle *l'avantage de la maison*. Expliquer cette expression.

2) On note Y la variable aléatoire donnant le gain pour une mise de 1 € dans le cas où un joueur parie sur les numéros 25 à 36.

a) Ecrire la loi de probabilité de Y .

b) Calculer l'espérance de Y .

3) On note Z la variable aléatoire donnant le gain pour une mise de 1 € dans le cas où un joueur parie sur les numéros rouges.

Dans ce cas, la règle concernant le numéro "0" est un peu différente. Si le "0" sort, la mise est *emprisonnée* jusqu'au coup suivant. Si celui-ci conduit à un numéro rouge, on ne gagne ni on ne perd. Si c'est un numéro noir ou à nouveau le "0", l'euro est perdu.

a) Ecrire la loi de probabilité de Z .

b) Calculer l'espérance de Z .

4) Quel pari est le moins défavorable au joueur ? Expliquer.